

Тема лекции и практики:

**«ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ
ПРОГОЗА ПО МОДЕЛЯМ»**

Виды математических моделей (стандартных функций)

Математическая модель (стандартная функция)

ПАРНАЯ (один фактор)
 $Y = f(X)$

МНОЖЕСТВЕННАЯ (много факторов)
 $Y=f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$

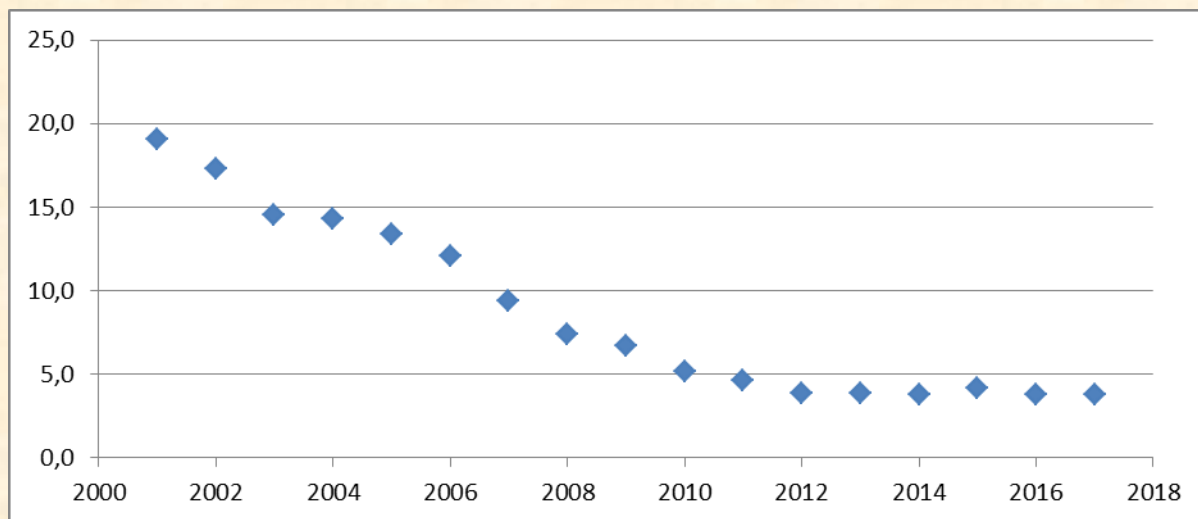
Функция одной переменной

Функция нескольких переменных

Вид модели	Парная модель	Тренд (частный случай парной модели)	Множественная модель
линейная	$y = ax + b$	$y = at + b$	$y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + b$
гиперболическая	$y = a/x + b$	$y = a/t + b$	$y = a_1/x_1 + a_2/x_2 + \dots + a_n/x_n + b$
полином 2 степени	$y = ax^2 + bx + c$	$y = at^2 + bt + c$	$y = a_1x_1^2 + b_1x_1 + a_2x_2^2 + b_2x_2 + c$
полином 3 степени	$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$	$y = at^3 + bt^2 + ct + d$	$y = a_1x_1^3 + b_1x_1^2 + c_1x_1 + a_2x_2^3 + b_2x_2^2 + c_2x_2 + d$
степенная	$y = ax^b$	$y = at^b$	$y = ax_1^{b_1}x_2^{b_2}\dots x_n^{b_n}$
показательная	$y = ab^x$	$y = ab^t$	$y = ab_1^{x_1}b_2^{x_2}\dots b_n^{x_n}$
обратная	$y = 1/(ax + b)$	$y = 1/(at + b)$	$y = 1/(a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n + b)$
логарифмическая	$y = a \ln(x) + b$	$y = a \ln(t) + b$	$y = a_1 \ln(x_1) + a_2 \ln(x_2) + \dots + b$

Дан временной ряд объемов продаж фирмы за период с 2001 по 2017 годы. Построить прогноз на 2018 год методом экстраполяции тренда

Год	Порядковый номер периода	Объем продаж, тонн	Год	Порядковый номер периода	Объем продаж, тонн
2001	1	19,1	2009	9	6,7
2002	2	17,3	2010	10	5,2
2003	3	14,5	2011	11	4,6
2004	4	14,3	2012	12	3,9
2005	5	13,4	2013	13	3,9
2006	6	12,1	2014	14	3,8
2007	7	9,4	2015	15	4,2
2008	8	7,4	2016	16	3,8
			2017	17	3,8



Построение линейного тренда

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with a data table and a regression analysis dialog box. The data table is as follows:

1	Год	Порядковый номер периода	Объем продаж, тонн
2	2001	1	19,1
3	2002	2	17,3
4	2003	3	14,5
5	2004	4	14,3
6	2005	5	13,4
7	2006	6	12,1
8	2007	7	9,4
9	2008	8	7,4
10	2009	9	6,7
11	2010	10	5,2
12	2011	11	4,6
13	2012	12	3,9
14	2013	13	3,9
15	2014	14	3,8
16	2015	15	4,2
17	2016	16	3,8
18	2017	17	3,8

The regression dialog box is titled "Регрессия" and contains the following settings:

- Входные данные: Входной интервал Y: $\$C\$2:\$C\18 ; Входной интервал X: $\$B\$2:\$B\18
- Метки
- Константа - ноль
- Уровень надежности: 95 %
- Параметры вывода: Выходной интервал: $\$A\$20:\$I\29
- Новый рабочий лист
- Новая рабочая книга
- Остатки: Остатки; График остатков; Стандартизованные остатки; График подбора
- Нормальная вероятность: График нормальной вероятности

The dialog box has "OK", "Отмена", and "Справка" buttons.

ВЫВОД ИТОГОВ

Регрессионная статистика

Множественный R	0,94204157
R-квадрат	0,88744232
Нормированный R-квадрат	0,87993848
Стандартная ошибка	1,84645925
Наблюдения	17

Дисперсионный анализ

	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>	Критическое значение критерия Фишера (2, 14)
Регрессия	1	403,214118	403,2141176	118,2650104	1,64E-08	от 3,74 до 11,78
Остаток	15	51,1411765	3,409411765			
Итого	16	454,355294				

	Коэффициенты	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>
Y-пересечение	17,6176471	0,93670814	18,80804303	7,67119E-12	15,6211	19,6141932	15,6211	19,61419
Переменная X 1	-0,9941176	0,09141335	-10,87497174	1,63952E-08	-1,18896	-0,799274694	-1,18896	-0,79927

$$Y = -0,99412t + 17,61765$$

Прогноз на 18 период = $-0,99412 \cdot 18 + 17,61765$ **-0,27651** тонн

ВЫВОД ОСТАТКА

<i>Наблюдение</i>	<i>Предсказанное Y</i>	<i>Остатки</i>	Абсолютная ошибка	Относительная ошибка, %
1	16,6235294	2,47647059	2,476470588	12,9658146
2	15,6294118	1,67058824	1,670588235	9,656579395
3	14,6352941	-0,1352941	0,135294118	0,93306288
4	13,6411765	0,65882353	0,658823529	4,607157548
5	12,6470588	0,75294118	0,752941176	5,618964004
6	11,6529412	0,44705882	0,447058824	3,694701021
7	10,6588235	-1,2588235	1,258823529	13,39173967
8	9,66470588	-2,2647059	2,264705882	30,60413355
9	8,67058824	-1,9705882	1,970588235	29,41176471
10	7,67647059	-2,4764706	2,476470588	47,62443439
11	6,68235294	-2,0823529	2,082352941	45,2685422
12	5,68823529	-1,7882353	1,788235294	45,85218703
13	4,69411765	-0,7941176	0,794117647	20,36199095
14	3,7	0,1	0,1	2,631578947
15	2,70588235	1,49411765	1,494117647	35,57422969
16	1,71176471	2,08823529	2,088235294	54,95356037
17	0,71764706	3,08235294	3,082352941	81,11455108
В среднем			1,502422145	26,13323483

Прогноз по гиперболическому тренду

Год	Порядковый номер периода	Объем продаж, тонн	1/t
2001	1	19,1	1
2002	2	17,3	0,5
2003	3	14,5	0,333333333
2004	4	14,3	0,25
2005	5	13,4	0,2
2006	6	12,1	0,166666667
2007	7	9,4	0,142857143
2008	8	7,4	0,125
2009	9	6,7	0,111111111
2010	10	5,2	0,1
2011	11	4,6	0,090909091
2012	12	3,9	0,083333333
2013	13	3,9	0,076923077
2014	14	3,8	0,071428571
2015	15	4,2	0,066666667
2016	16	3,8	0,0625
2017	17	3,8	0,058823529

Прогноз по гиперболическому тренду

Вывод итогов								
<i>Регрессионная статистика</i>								
Множественный R	0,82561317							
R-квадрат	0,68163711							
Нормированный R-квадрат	0,66041292							
Стандартная ошибка	3,10537022							
Наблюдения	17							
<i>Дисперсионный анализ</i>								
	<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
Регрессия	1	309,705431	309,7054309	32,11604463	4,47E-05			
Остаток	15	144,649863	9,643324215					
Итого	16	454,355294						
	<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>
Y-пересечение	4,90033185	1,00491932	4,876343572	0,000201432	2,758397	7,042266665	2,758397	7,042267
Переменная X 1	18,634505	3,28818947	5,66710196	4,47219E-05	11,6259	25,64311493	11,6259	25,64311

Прогноз по гиперболическому тренду

$$Y = 18,63/t + 4,9$$

Прогноз на 2018 год (18 период) = 18,63/18+4, **5,935 тонн**

Вывод остатка

Наблюдение	Предсказанное Y	Остатки	Абсолютная ошибка	Относительная ошибка, %
1	23,5348368	-4,4348368	4,434836827	23,21904098
2	14,2175843	3,08241566	3,082415663	17,81743158
3	11,1118335	3,38816649	3,388166493	23,36666547
4	9,55895809	4,74104191	4,741041909	33,15413922
5	8,62723284	4,77276716	4,772767158	35,61766536
6	8,00608268	4,09391732	4,093917324	33,83402747
7	7,56240399	1,83759601	1,837596014	19,54889376
8	7,22964497	0,17035503	0,170355031	2,302095017
9	6,9708324	-0,2708324	0,2708324	4,04227462
10	6,76378234	-1,5637823	1,563782344	30,07273739
11	6,59437775	-1,9943778	1,994377753	43,35603812
12	6,45320726	-2,5532073	2,553207261	65,46685285
13	6,33375531	-2,4337553	2,433755306	62,40398221
14	6,23136792	-2,4313679	2,431367916	63,98336621
15	6,14263218	-1,9426322	1,942632178	46,2531471
16	6,06498841	-2,2649884	2,264988407	59,60495809
17	5,9964792	-2,1964792	2,196479198	57,80208416
В среднем			2,598383481	36,57914115

